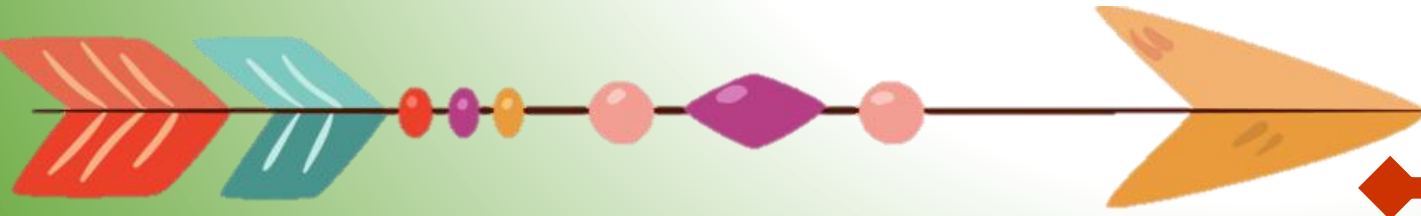
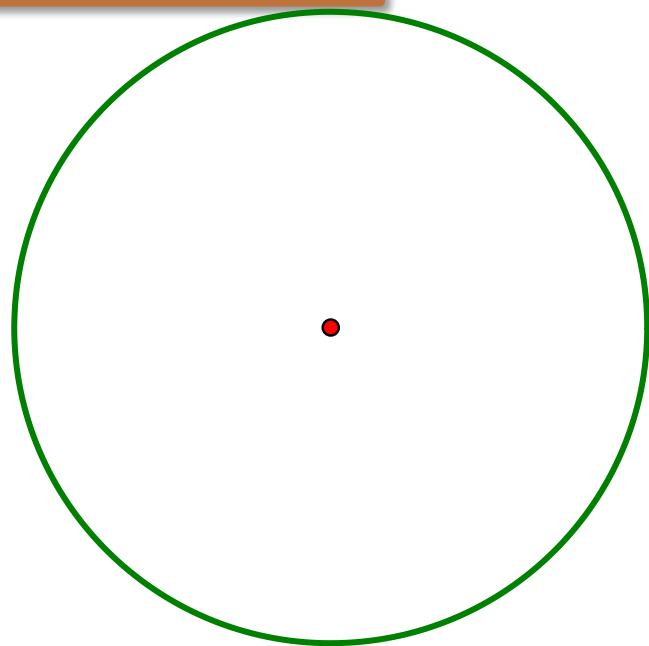


วงกลม

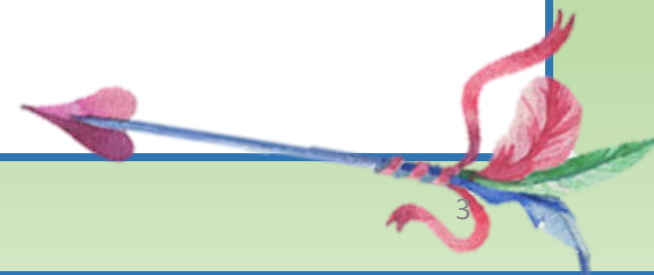


01

วงกลม

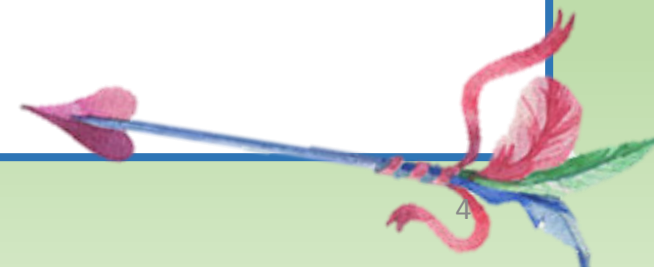
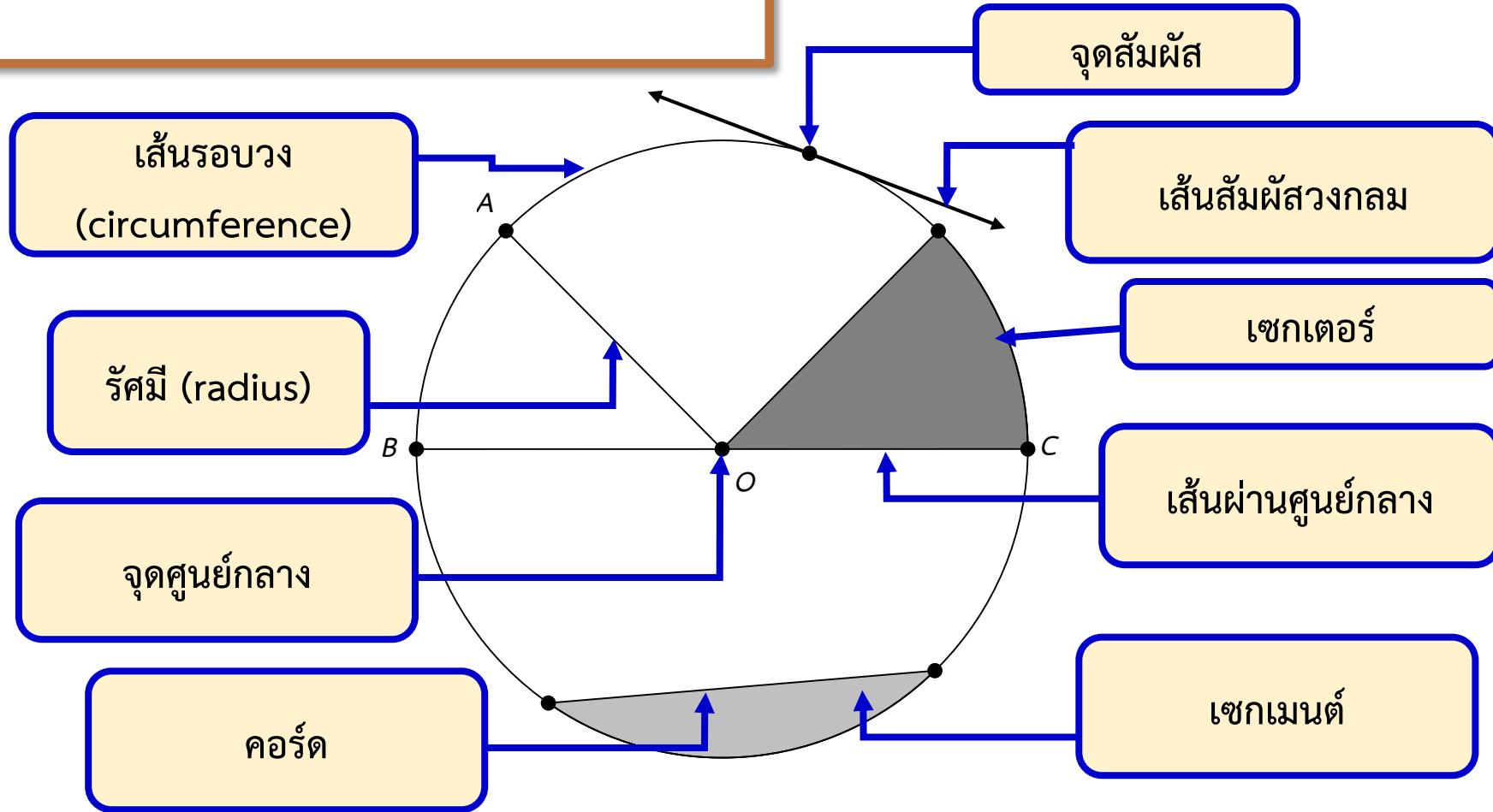


วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะห่างเท่ากัน



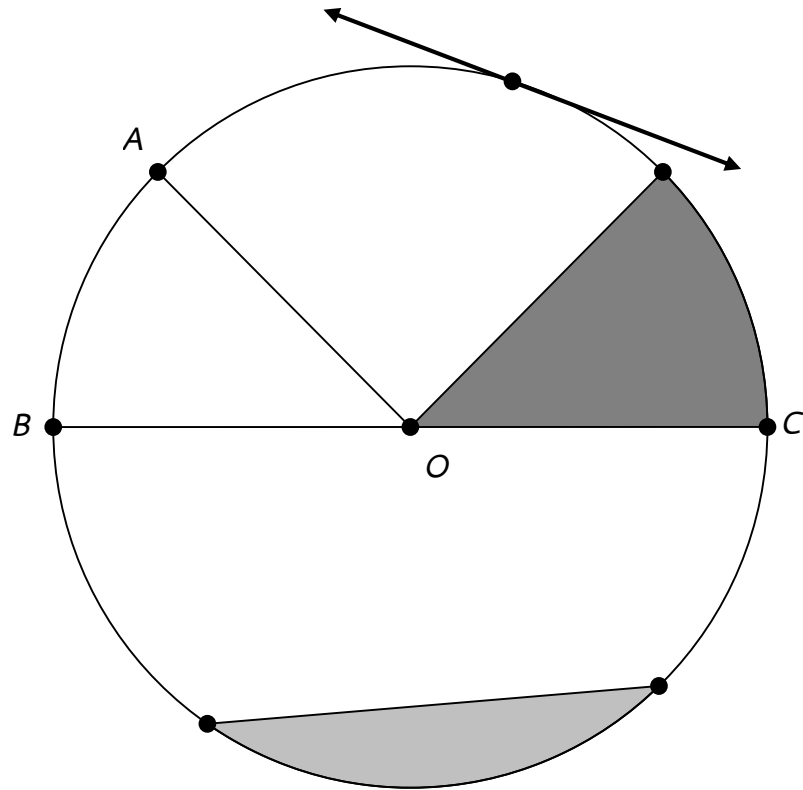
01

วงกลม



01

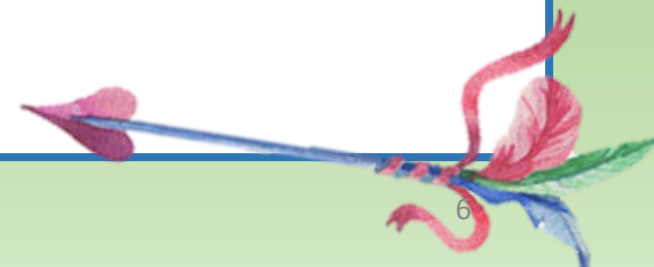
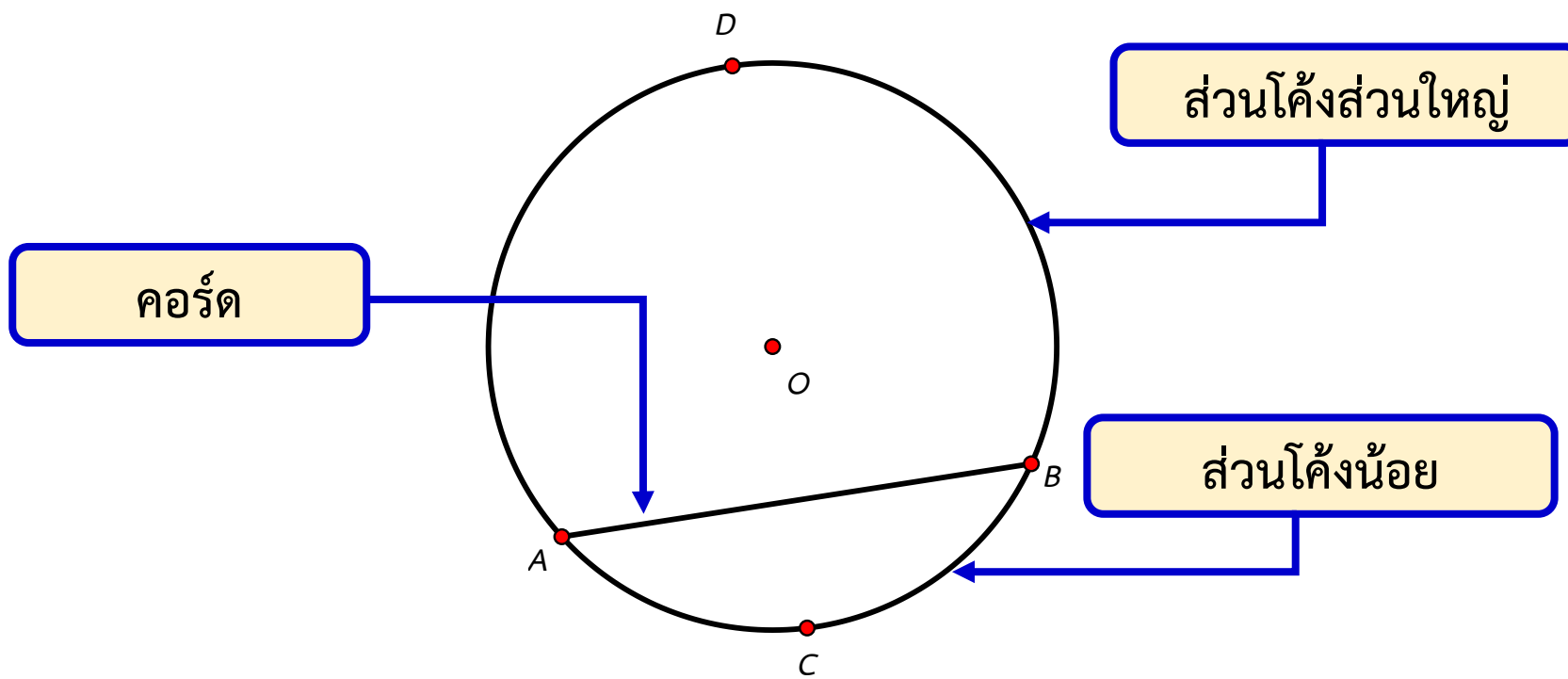
วงกลม



การเรียกชื่อวงกลมวงหนึ่งที่มีจุดศูนย์กลางตามที่กำหนดให้
เรียกชื่อของจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น เช่น วงกลมที่มีจุด O
เป็นศูนย์กลาง อาจเรียกว่า “วงกลม O”

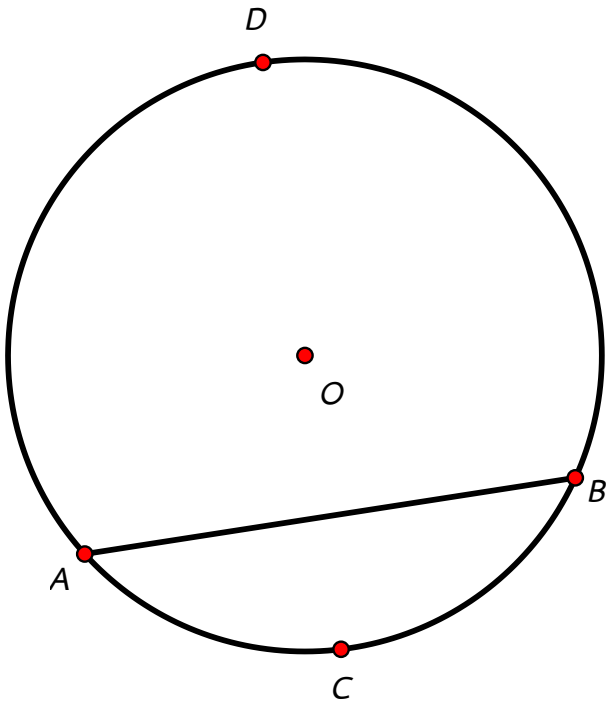
01

วงกลม



01

วงกลม



จากรูป AB เป็นคอร์ดของวงกลม O

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า **ส่วนโค้งใหญ่** AB

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ **ADB**

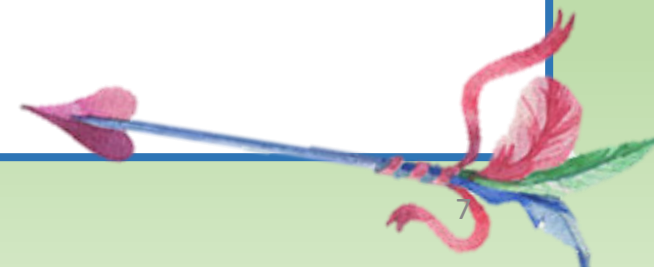
เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า **ส่วนโค้งน้อย** AB

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ **ACB** หรือ **AB**

ความยาว **ADB** เขียนแทนด้วย **m(ADB)**

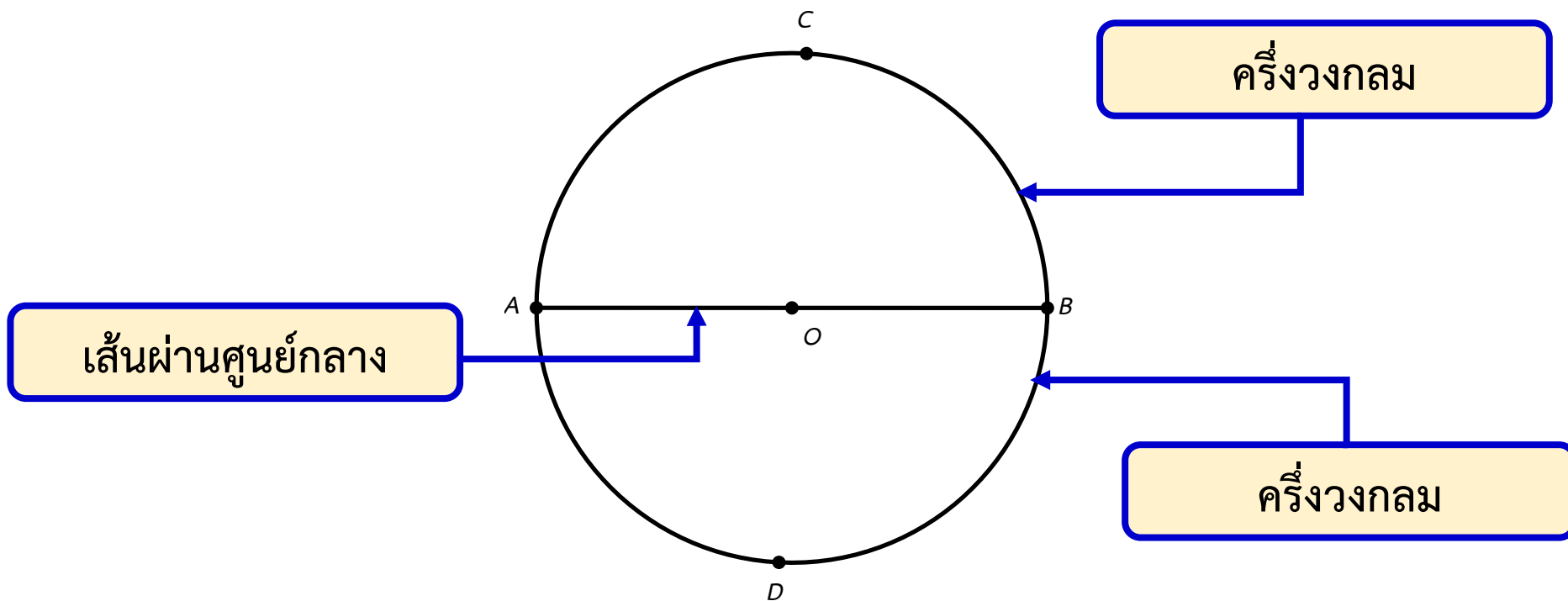
ความยาว **ACB** เขียนแทนด้วย **m(ACB)** หรือ

ความยาว **AB** เขียนแทนด้วย **m(AB)**



01

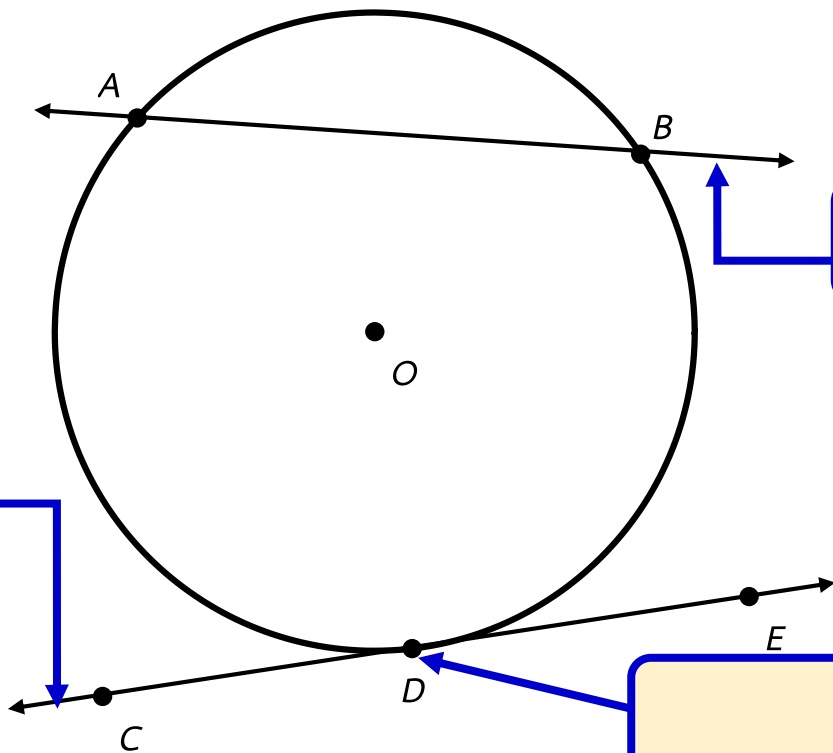
วงกลม



01

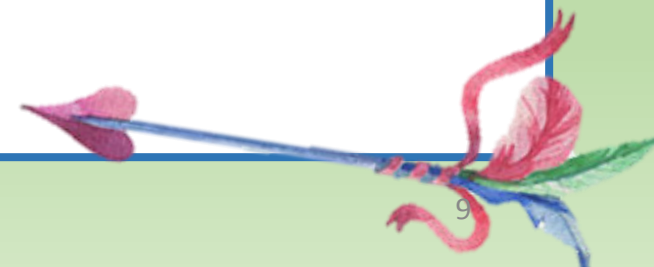
วงกลม

เส้นสัมผัส



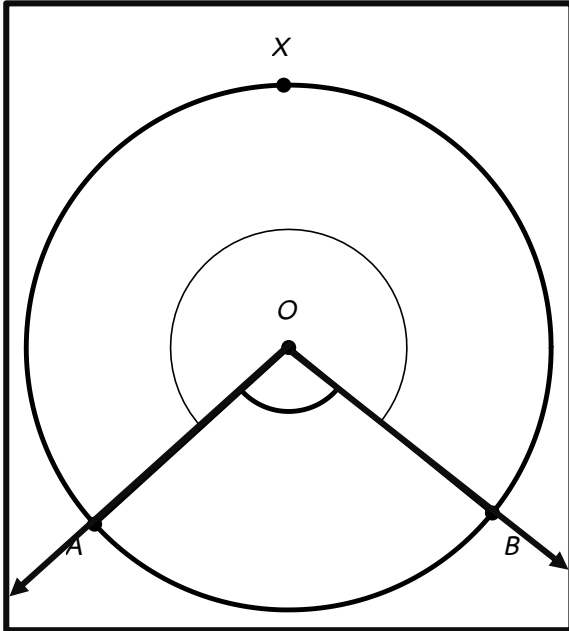
เส้นตัดวงกลม

จุดสัมผัส



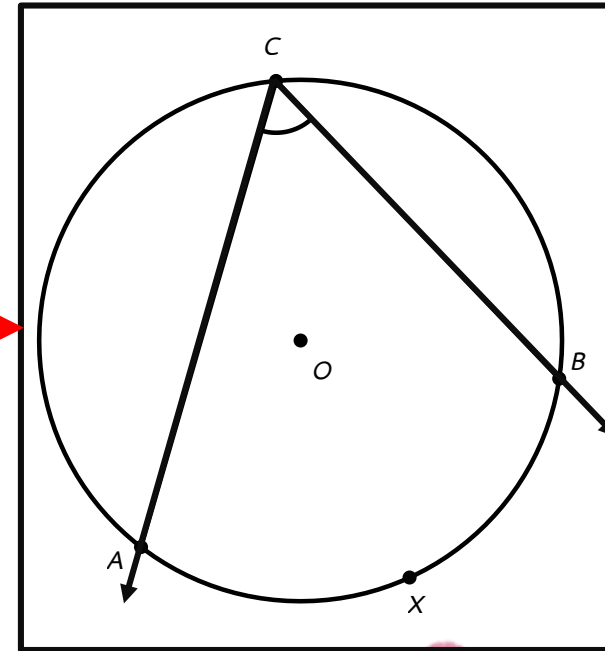
01

วงกลม



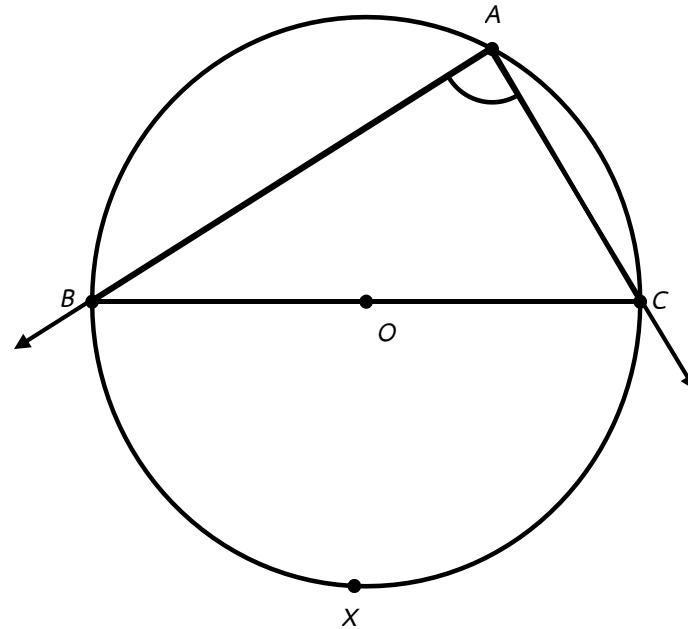
มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัด



01

วงกลม



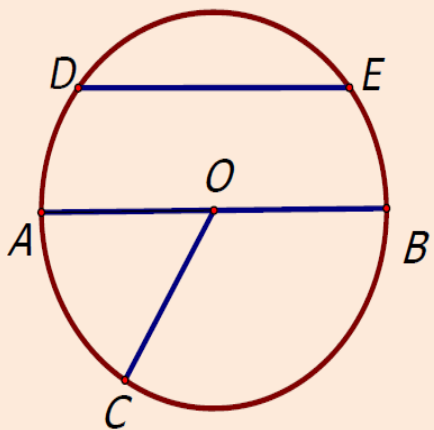
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง

01

วงกลม

ตัวอย่างที่ 1

จากรูปให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จุด A, B, C, D และ E อยู่บน วงกลม
จงตอบคำถามต่อไปนี้



1. เรียก \overline{AB} และ \overline{DE} ว่าอย่างไร

คอร์ด

2. คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมหนึ่งมีชื่อเรียกเฉพาะว่าอย่างไร

เส้นผ่านศูนย์กลาง

3. คอร์ดที่แบ่งส่วนโค้งของวงกลมออกเป็นสองส่วนเท่าๆกันคือเส้นใด

\overline{AB}

4. เรียกส่วนโค้งของวงกลมที่ถูกแบ่งด้วยคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่าศูนย์กลางว่าอย่างไร

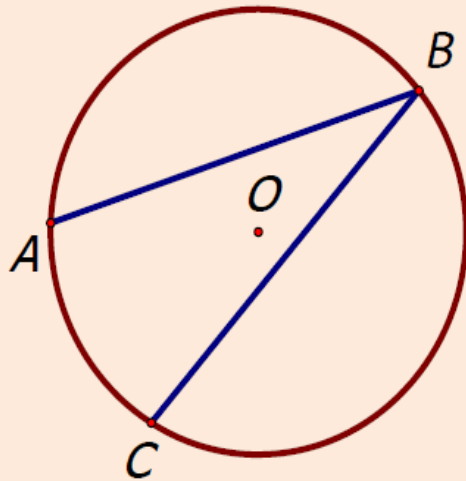
ส่วนโค้ง DE

01

วงกลม

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จุด A, B, C และ D อยู่บนวงกลม ให้บอกชื่อของมุมตามลักษณะของมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม โดยเขียนคำตอบในช่องว่าง

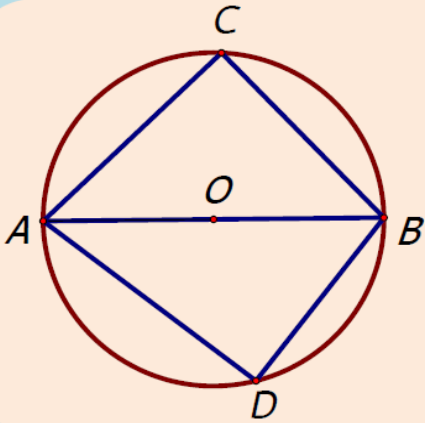


เรียก

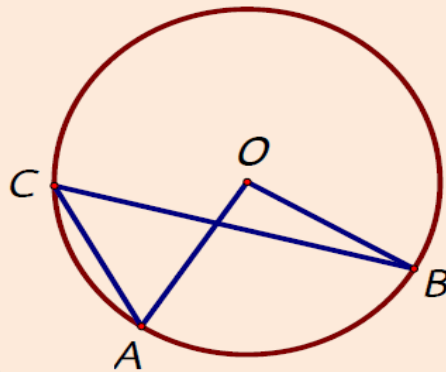
$\hat{A}BC$ ว่ามุมในส่วนโค้งของวงกลม

01

วงกลม



เรียก \hat{ACB} ว่า...มุมในครึ่งวงกลม
เรียก \hat{ADB} ว่า...มุมในครึ่งวงกลม



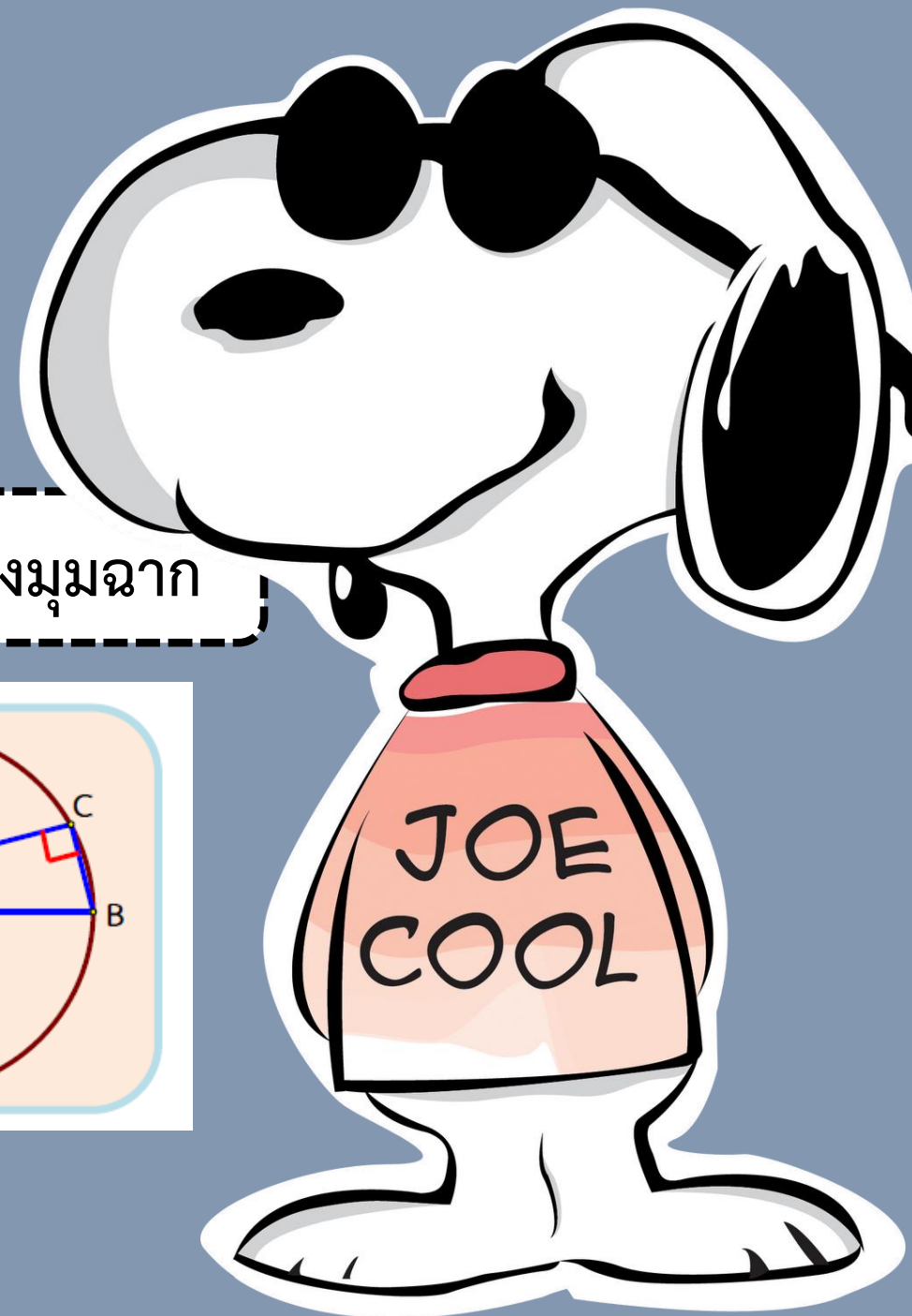
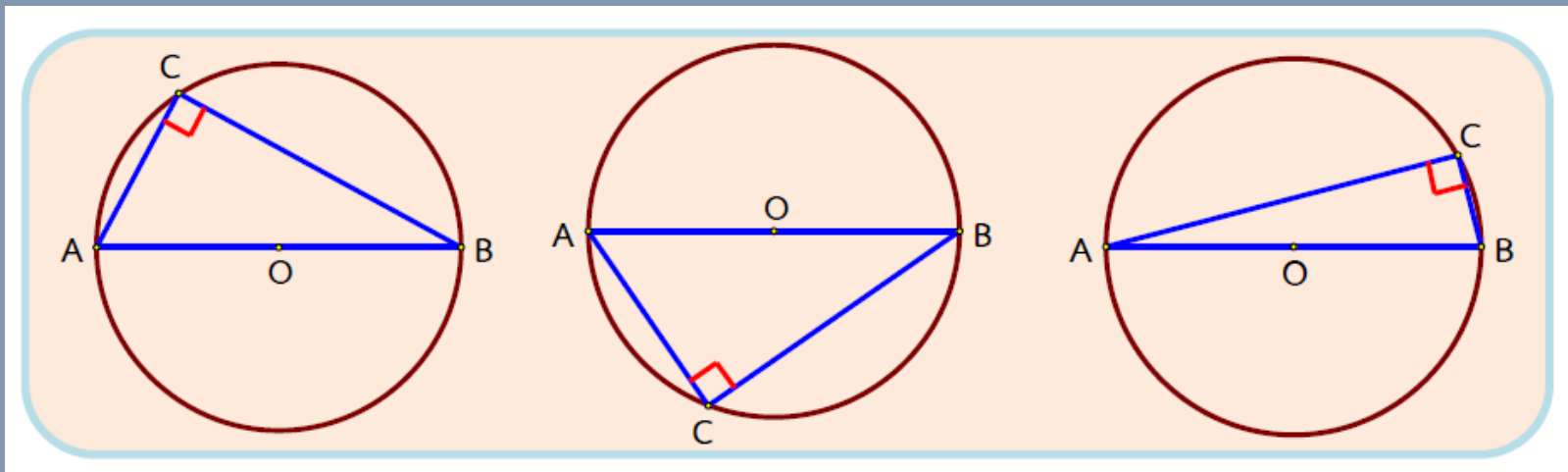
เรียก \hat{AOB} ว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม
เรียก \hat{ACB} ว่า...มุมในส่วนโค้งของวงกลม

02

มุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม

ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือ หนึ่งมุมฉาก

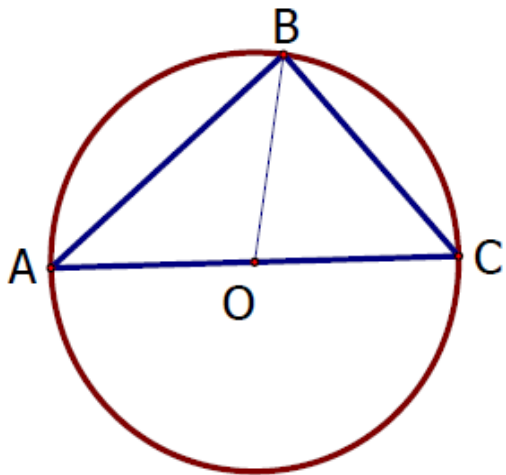


02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม ต้องพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก



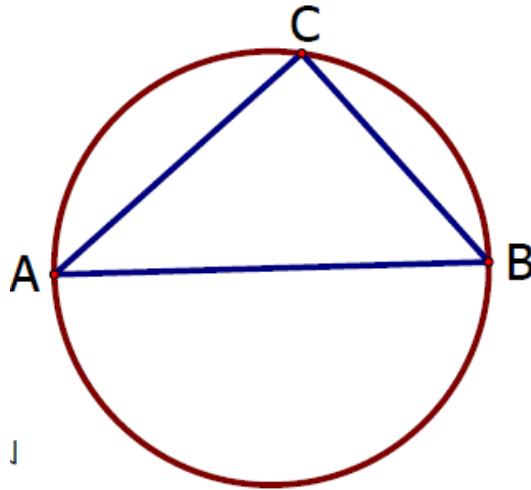
ข้อความ	เหตุผล
1. $AO = BO = CO$	1. รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน
2. $O\hat{A}B = O\hat{B}A$ และ $O\hat{B}C = O\hat{C}B$	2. มีด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวเท่ากัน
3. $O\hat{A}B + O\hat{B}A + O\hat{B}C + O\hat{C}B = 180^\circ$	3. ขนาดของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°
4. $2(O\hat{B}A) + 2(O\hat{B}C) = 180^\circ$	4. แทนมุมที่ขนาดเท่ากัน
5. $O\hat{B}A + O\hat{B}C = 90^\circ$	5. สมบัติการเท่ากัน
6. นั่นคือ $A\hat{B}C = 90^\circ$	

02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 4

\widehat{ACB} เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ \widehat{BAC} มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ \widehat{ABC} จงพิสูจน์ว่า $\widehat{BAC} = 30^\circ$

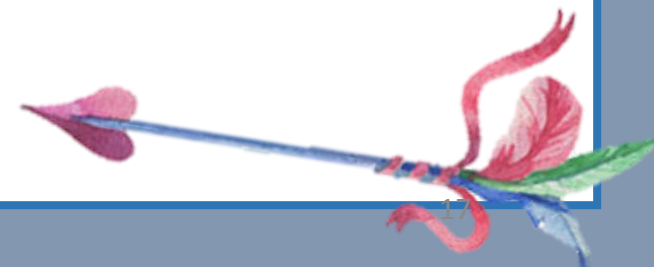


กำหนดให้

\widehat{ACB} เป็นมุมในครึ่งวงกลม

$$\widehat{ABC} = 2(\widehat{BAC})$$

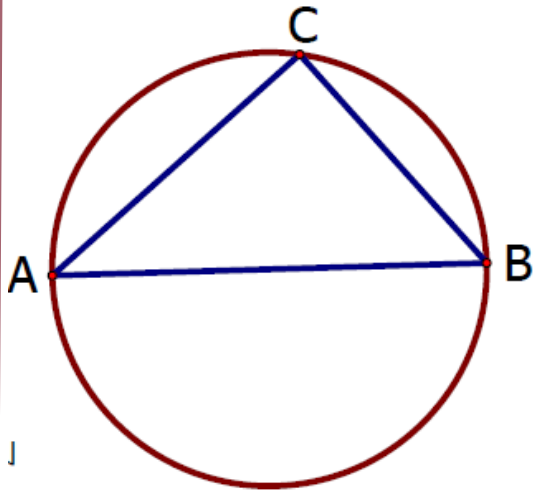
ต้องพิสูจน์ว่า $\widehat{BAC} = 30^\circ$



02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 4



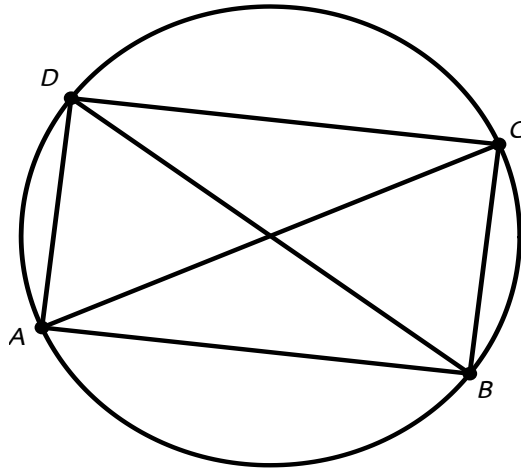
ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{ACB} = 90^\circ$	1. $\widehat{ACB} = 90^\circ$ เป็นมุมครึ่งวงกลม
2. $\widehat{ACB} + \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 180^\circ$	2. ผลบวกของขนาดมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°
3. $90^\circ + \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 180^\circ$	3. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 1)
4. $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 90^\circ$	4. จากข้อ 3
5. $\widehat{BAC} + 2(\widehat{BAC}) = 90^\circ$	5. กำหนดให้
6. $3(\widehat{BAC}) = 90^\circ$	6. จากข้อ 5
7. นั่นคือ $\widehat{BAC} = 30^\circ$	7. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 5)

02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 5

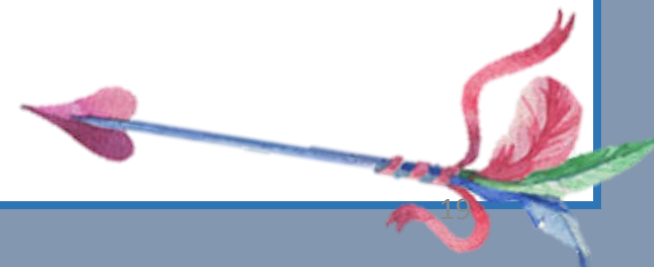
\overline{AC} และ \overline{BD} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม จงพิสูจน์ว่าสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



กำหนดให้

\overline{AC} และ \overline{BD} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

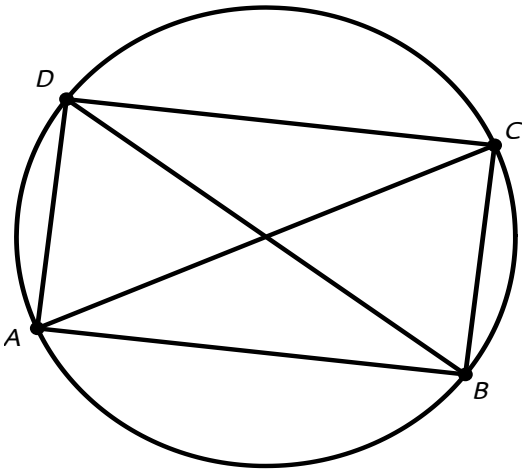
ต้องพิสูจน์ว่า $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$



02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 5



ข้อความ	เหตุผล
1. \overline{AC} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง	1. กำหนดให้
2. $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$	2. มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก
3. \overline{BD} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง	3. กำหนดให้
4. $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$	4. มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก
5. นั่นคือ สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก	5. จากข้อ 2 และ 4



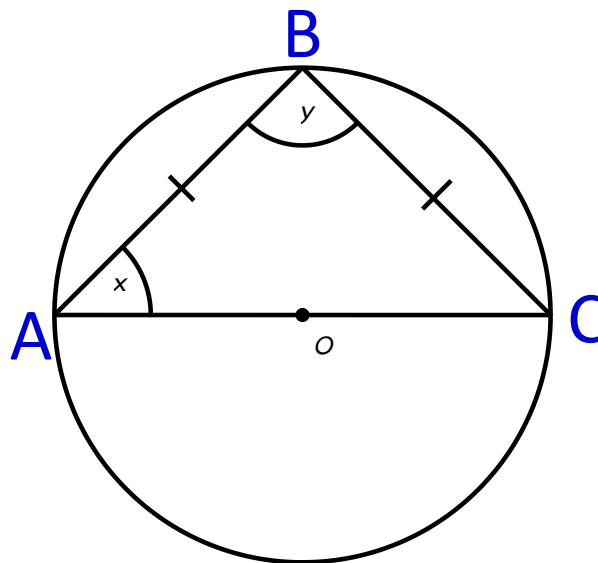
02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 6

1

จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาค่า x และ y โดยกำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม



กำหนดให้

$\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมแนบในวงกลม

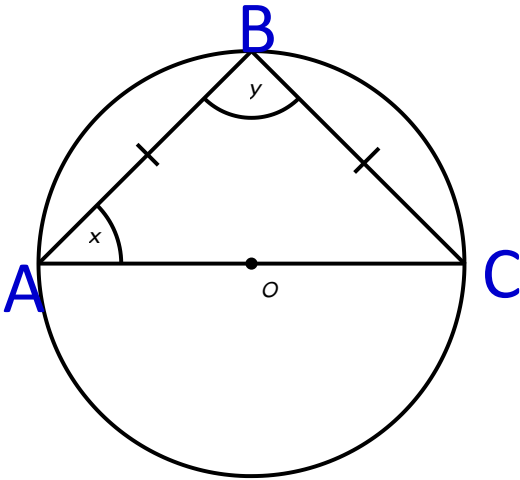


02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 6

1



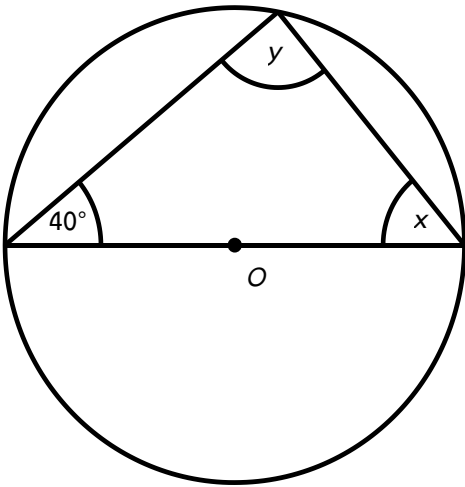
ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AB} = \overline{BC}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{y} = 90^\circ$	2. มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก
3. $\hat{x} = \widehat{ACB}$	3. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ขนาดเท่ากัน
4. $\hat{x} + \hat{y} + \widehat{ACB} = 180^\circ$	4. ผลบวกของขนาดมุมภายในรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180°
5. $90^\circ + 2\hat{x} = 180^\circ$	5. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 3 และ 4)
6. $\hat{x} = 45^\circ$	6. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 5)
7. นั่นคือ $\hat{x} = 45^\circ$ และ $\hat{y} = 90^\circ$	

02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 6

2

จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาค่า x และ y โดยกำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

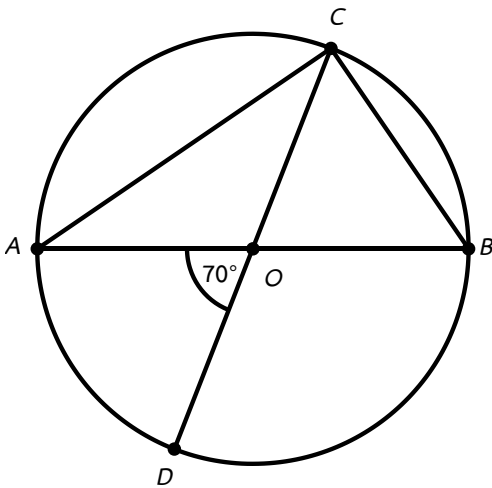
ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{y} = 90^\circ$	1. มุมในครึ่งวงกลม
2. $\hat{x} + \hat{y} + 40^\circ = 180^\circ$	2. ผลบวกของขนาดมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°
3. $\hat{x} + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$	3. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 1)
4. $\hat{x} = 50^\circ$	4. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 3)
5. ดังนั้น $\hat{x} = 50^\circ$ และ $\hat{y} = 90^\circ$	



02

มุมในครึ่งวงกลม

ตัวอย่างที่ 7

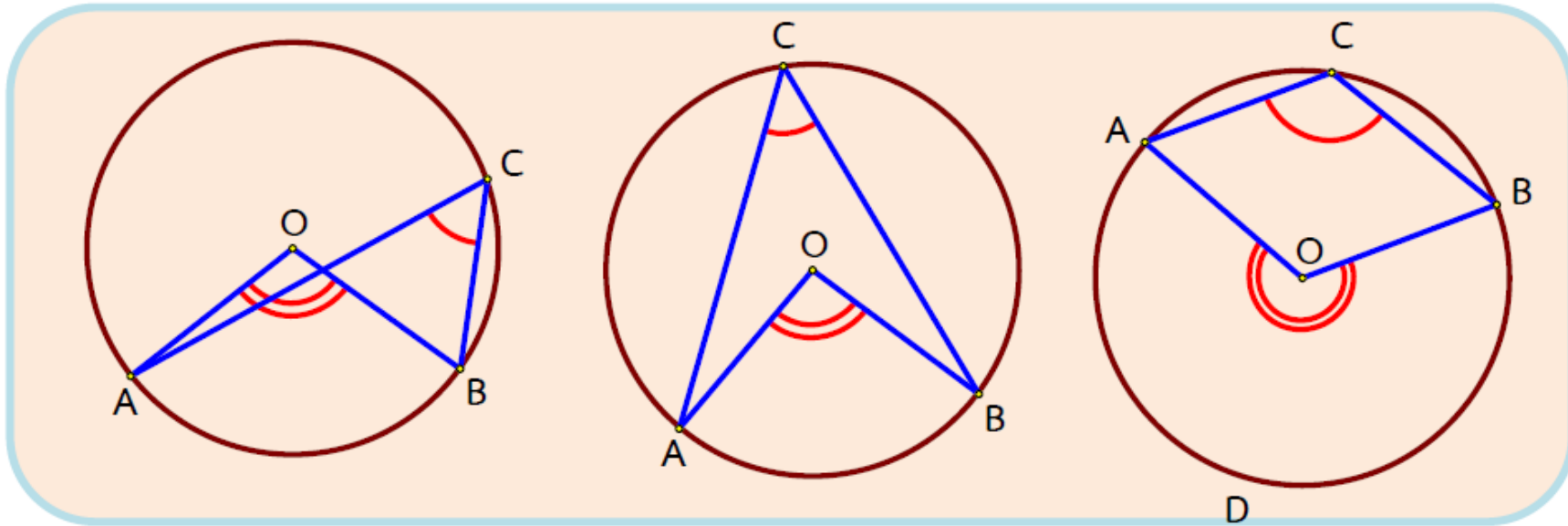
จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \widehat{ACB} เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ $\widehat{AOD} = 30^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BCO} 

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{OC} = \overline{OB}$	1. เป็นรัศมีของวงกลม
2. $\triangle BOC$	2. เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (จากข้อ 1)
3. $\widehat{AOD} = \widehat{BOC} = 70^\circ$	3. มุมตรงกันข้าม
4. $\widehat{BCO} = \widehat{CBO}$	4. เป็นมุมที่ฐานของสามเหลี่ยม BOC
5. $\widehat{BCO} + \widehat{BOC} + \widehat{CBO} = 180^\circ$	5. ผลบวกของขนาดมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°
6. $\widehat{BOC} + 2(\widehat{BCO}) = 180^\circ$	6. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 4)
7. $70^\circ + 2(\widehat{BCO}) = 180^\circ$	7. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 6)
8. นั่นคือ $\widehat{BCO} = 55^\circ$	

02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ทฤษฎีบท ในวงกลมเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

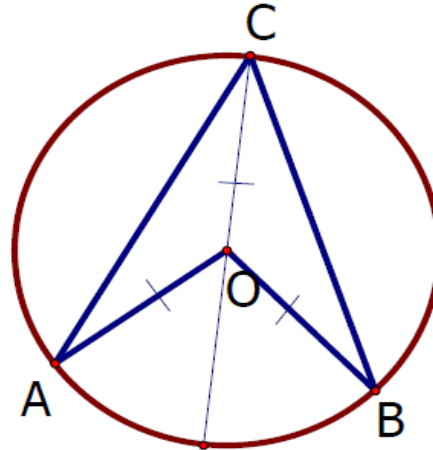


02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 8

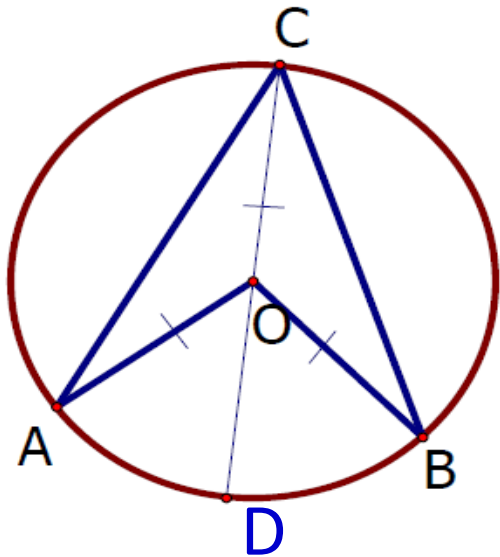
กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี \widehat{AOB} เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและ \widehat{ACB} เป็นมุมในส่วนโค้ง รองรับด้วยส่วนโค้ง AB ต้องการพิสูจน์ว่า $\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})$



02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 9

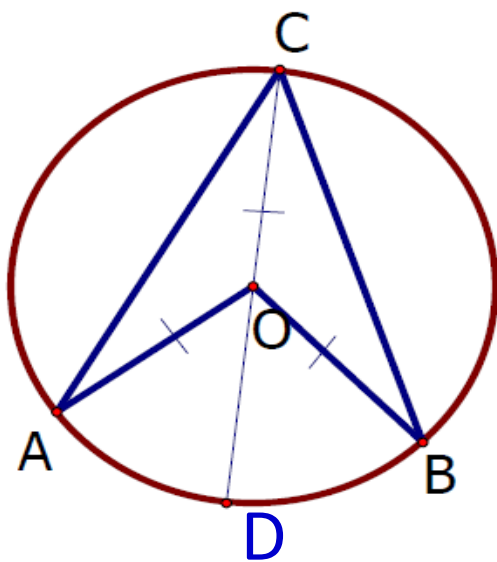
ลาก \overline{CD} ผ่านจุด O 

ข้อความ	เหตุผล
1. $AO = CO$	1. รัศมีของวงกลมเดียวกันมีขนาดเท่ากัน
2. $\widehat{A\hat{C}O} = \widehat{C\hat{A}O}$	2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน มุมตรงข้ามกับด้านที่ยาวเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน
3. $\widehat{D\hat{O}A} = \widehat{C\hat{A}O} + \widehat{A\hat{C}O}$	3. ถ้าต่อด้านในด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม ออกไปมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับ ผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด
4. $\widehat{D\hat{O}A} = 2(\widehat{C\hat{A}O})$	4. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 2 และ 3) แทน $\widehat{A\hat{C}O}$ ด้วย $\widehat{C\hat{A}O}$

02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 9 (ต่อ)

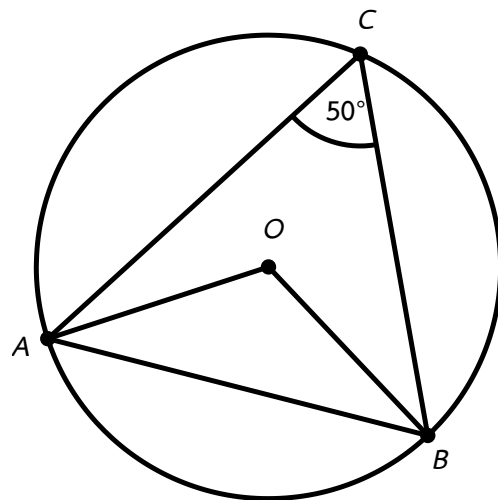
ลาก \overline{CD} ผ่านจุด O 

ข้อความ	เหตุผล
5. $D\hat{O}B = 2(B\hat{C}O)$	5. พิสูจน์ในทำนองเดียวกับ ข้อ 4
6. $D\hat{O}A + D\hat{O}B = 2(A\hat{C}O) + 2(B\hat{C}O)$	6. จากข้อ 6 และสมบัติการแจกแจง
7. นั่นคือ $A\hat{O}B = 2(A\hat{C}B)$	

02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 9

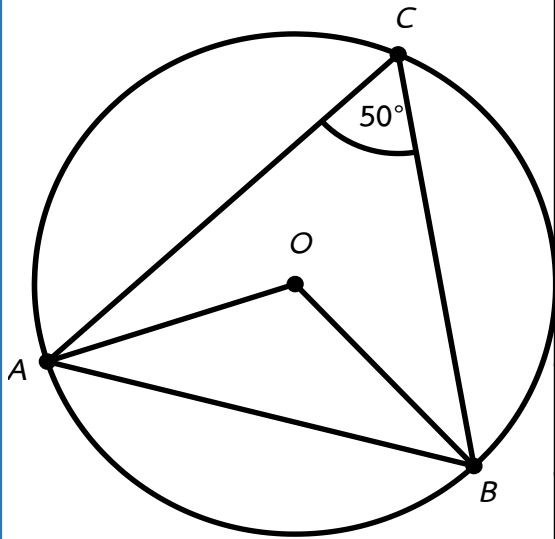


จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้ง
ของวงกลมและมีขนาดเท่ากับ 50° จงพิสูจน์ว่า $O\hat{A}B = 40^\circ$

02

มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 9

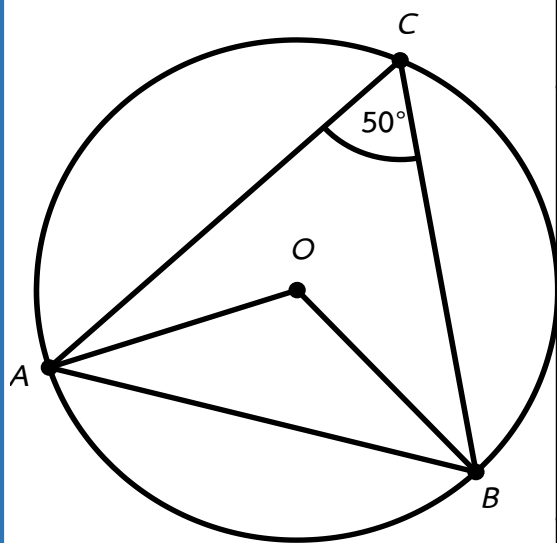


ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{AOB} = 2(\widehat{ACB})$	1. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
2. $\widehat{ACB} = 50^\circ$	2. กำหนดให้
3. $\widehat{AOB} = 2 \times 50 = 100^\circ$	3. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 1) และ 2)
4. $\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ$	4. ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180° องศา
5. $\widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$	5. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 3) และ 4)

02

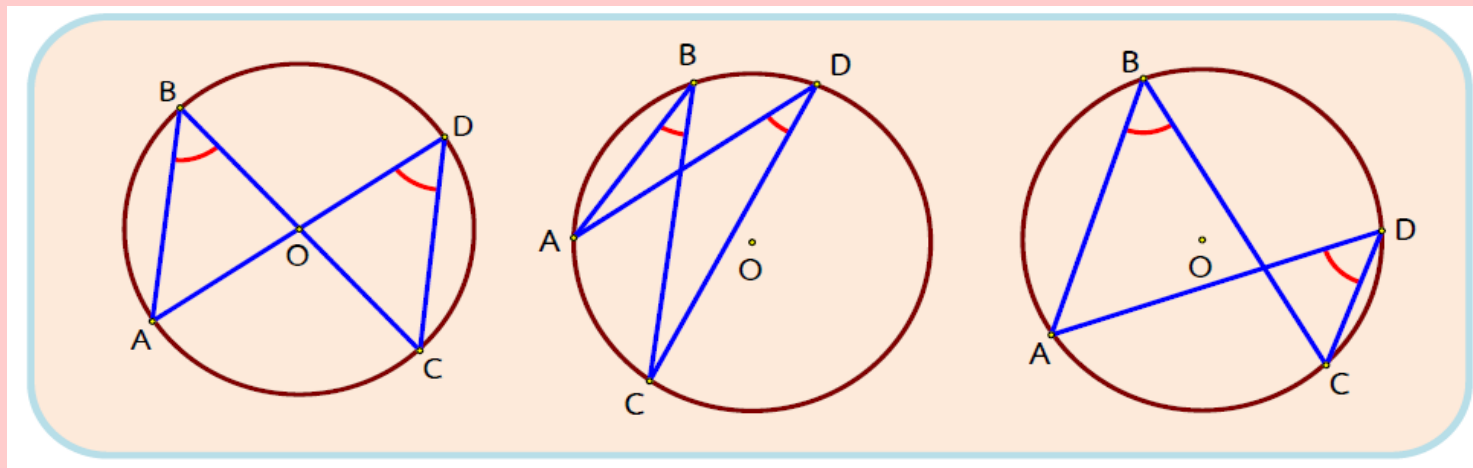
มุมที่จุดศูนย์กลาง

ตัวอย่างที่ 9 (ต่อ)



ข้อความ	เหตุผล
6. $AO = BO$	6. รัศมีของวงกลมเดียวกันมีความยาวเท่ากัน
7. $\triangle AOB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	7. ด้านประกอบมุมยอดสองด้านมีความยาวเท่ากัน
8. $\angle OAB = \angle OBA$	8. ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้านแล้ว มุมตรงข้ามกับด้านที่ยาวเท่ากันจะมีขนาดเท่ากัน
9. $2(\angle OAB) = 80^\circ$	9. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 5 และ 8)
10. นั่นคือ $\angle OAB = 40^\circ$	10. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 8)

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

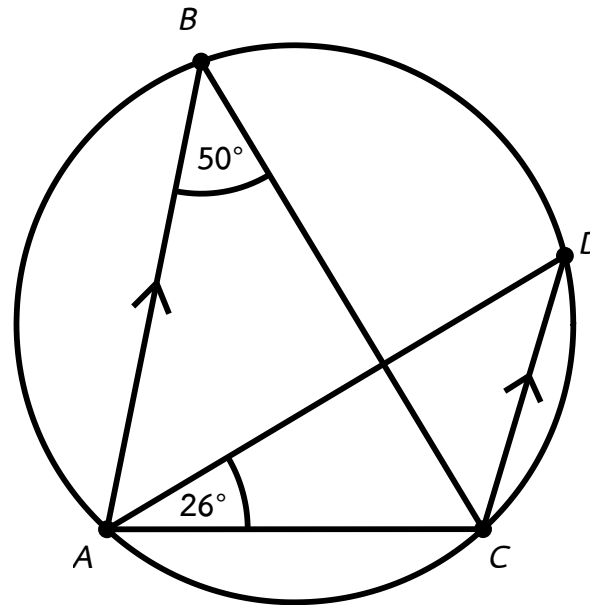


ทฤษฎีบท ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วย ส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ตัวอย่างที่ 9

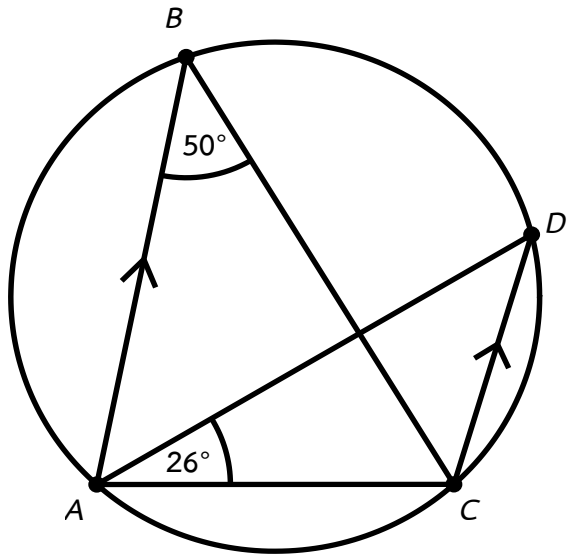


จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\widehat{ABC} = 50^\circ$ และ $\widehat{CAD} = 26^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BAC} พร้อมแสดงเหตุผล



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ตัวอย่างที่ 9

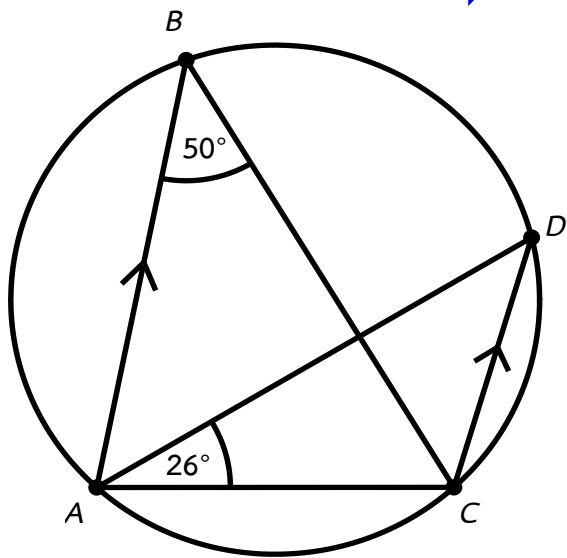


ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{ABC} = 50^\circ$ และ $\widehat{ACD} = 26^\circ$	1. กำหนดให้
2. $\widehat{BCD} = \widehat{ABC} = 50^\circ$	2. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
3. $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 50^\circ$	3. มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ตัวอย่างที่ 9 (ต่อ)

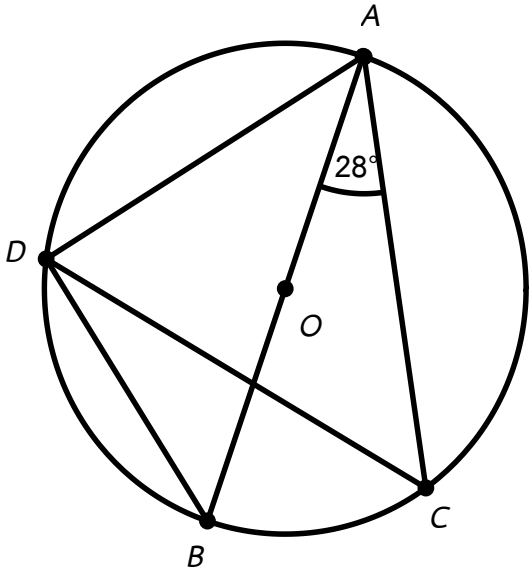


ข้อความ	เหตุผล
4. เนื่องจาก $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{CAD}$ $\widehat{BAC} = 50^\circ + 26^\circ$ $\therefore \widehat{BAC} = 76^\circ$	1. สมบัติการเท่ากัน (จากข้อ 1 และ 2)
5. นั่นคือ $\widehat{BAC} = 76^\circ$	



มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ตัวอย่างที่ 10



จากรูป \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ จงหาขนาดของ $\widehat{BAC} = 28^\circ$ จงหาขนาด \widehat{ADC} พร้อมแสดงเหตุผล

เนื่องจาก $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 28^\circ$

และ $\widehat{BDC} + \widehat{ADC} = 90^\circ$

จะได้ $28^\circ + \widehat{ADC} = 90^\circ$

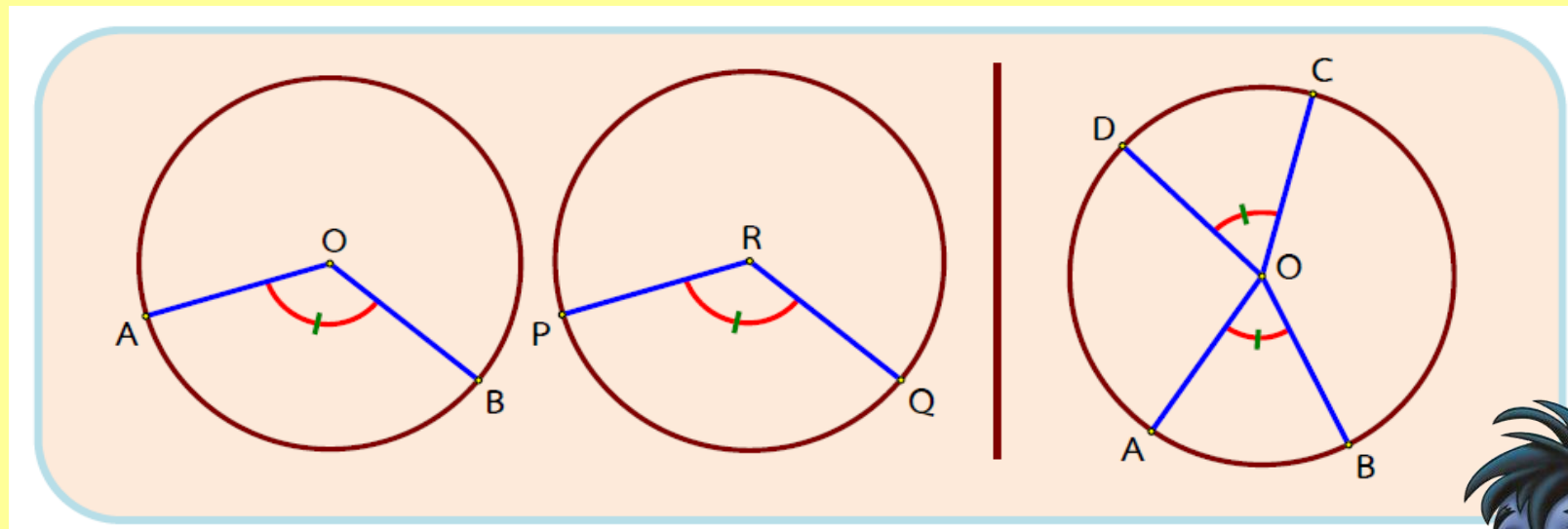
$$\widehat{ADC} = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

นั่นคือ

ขนาดของ \widehat{ADC} เท่ากับ 62°



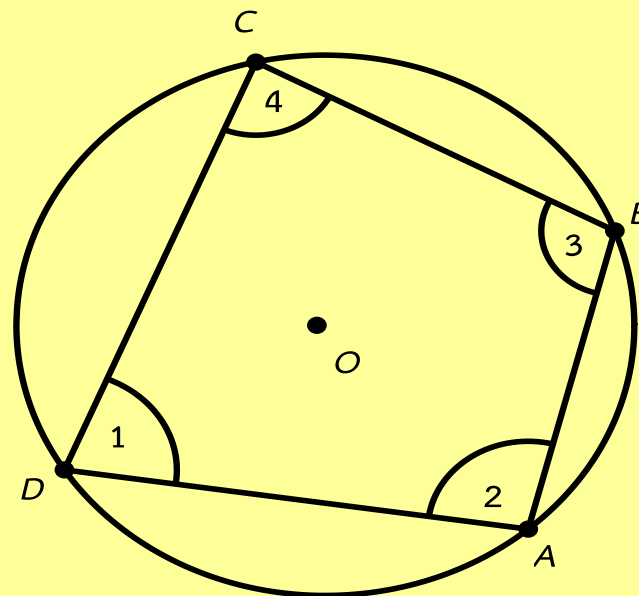
มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม



ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน



มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม



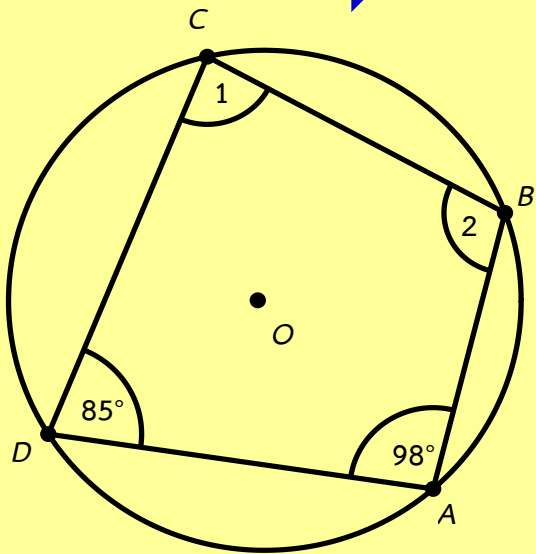
$$\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ \text{ และ } \hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$$

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้าม
เท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้



มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

ตัวอย่างที่ 11

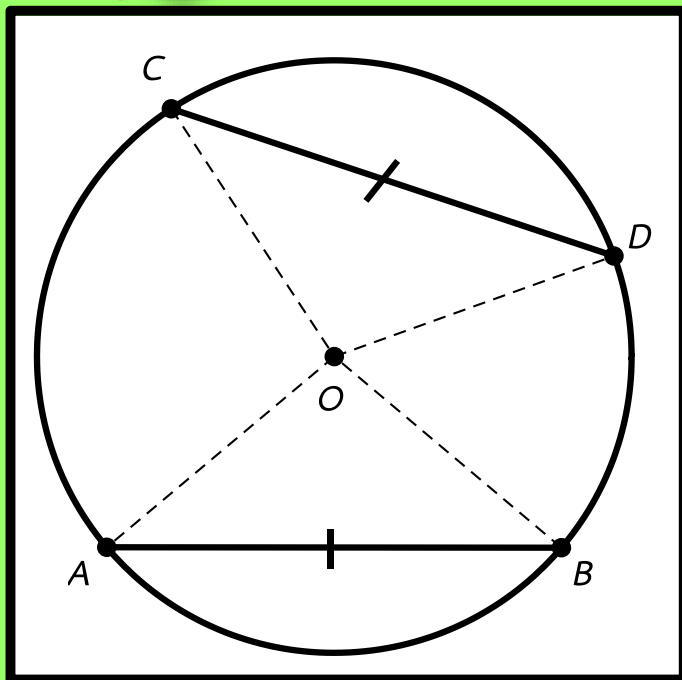


ข้อความ	เหตุผล
1. เนื่องจาก $\widehat{ADC} + \widehat{ABC} = 180^\circ$	1. ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180°
2. จะได้ $\widehat{ABC} = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$	2. $\widehat{ADC} = 85^\circ$
3. $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$	3. ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180°
4. $98^\circ + \widehat{BCD} = 180^\circ$	3. $\widehat{BAD} = 98^\circ$
5. นั่นคือ $98^\circ + \widehat{BCD} = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$	

03

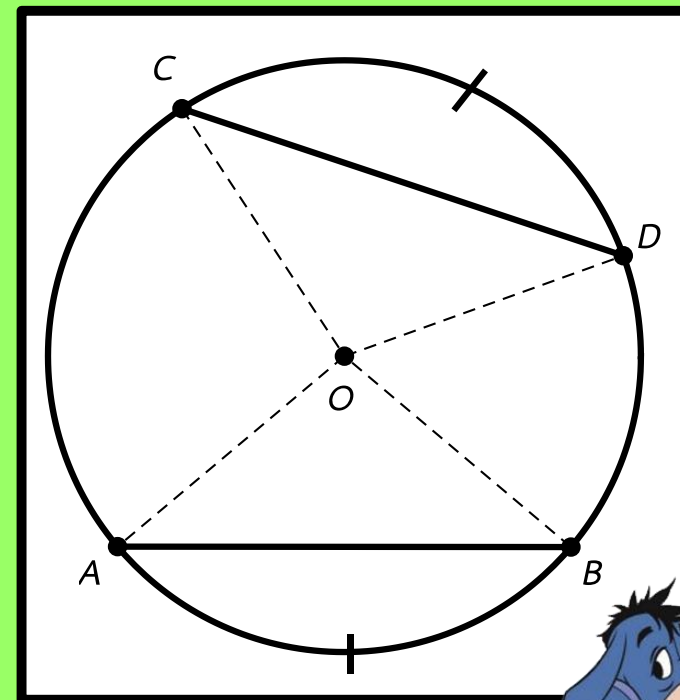
คอร์ด

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม



ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

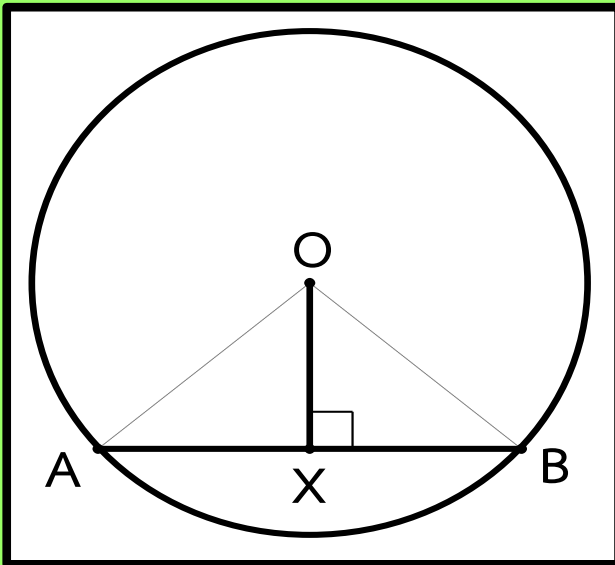


02

คอร์ด

คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้



1. ถ้าส่วนของเส้นตรงคอร์ดแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

2. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

03

คอร์ด

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบท

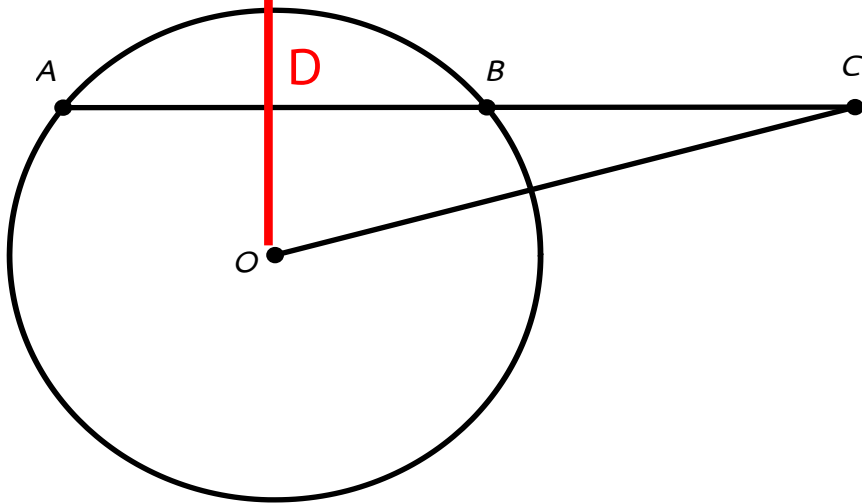
1. ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้ว คอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน

2. ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



ตัวอย่างที่ 12

จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $AC = 18$ เซนติเมตร $BC = 6$ เซนติเมตร จงหาว่า \overline{AB} อยู่ห่างจากจุด O กี่เซนติเมตร



เนื่องจาก $AC = 18$ ซม. $BC = 6$ ซม.

จะได้ $AB = 18 - 6 = 12$ ซม.

เมื่อลาก \overline{OD} ตั้งฉาก \overline{AB} ที่จุด D
ทำให้จุด D แบ่งครึ่ง \overline{AB}

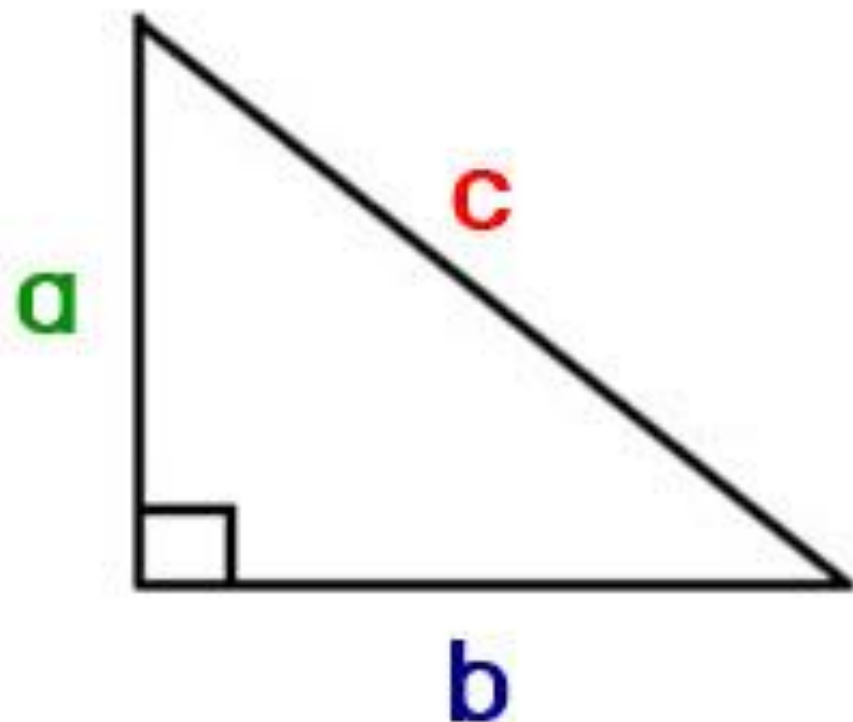
จะได้ $AD = DB = 6$ เซนติเมตร

ดังนั้น $DC = 6 + 6 = 12$ เซนติเมตร

ดังนั้น $OC = 13$ เซนติเมตร

ស៊ុន

$$c^2 = a^2 + b^2$$



a , b , c

3 , 4 , 5 5 , 12 , 13

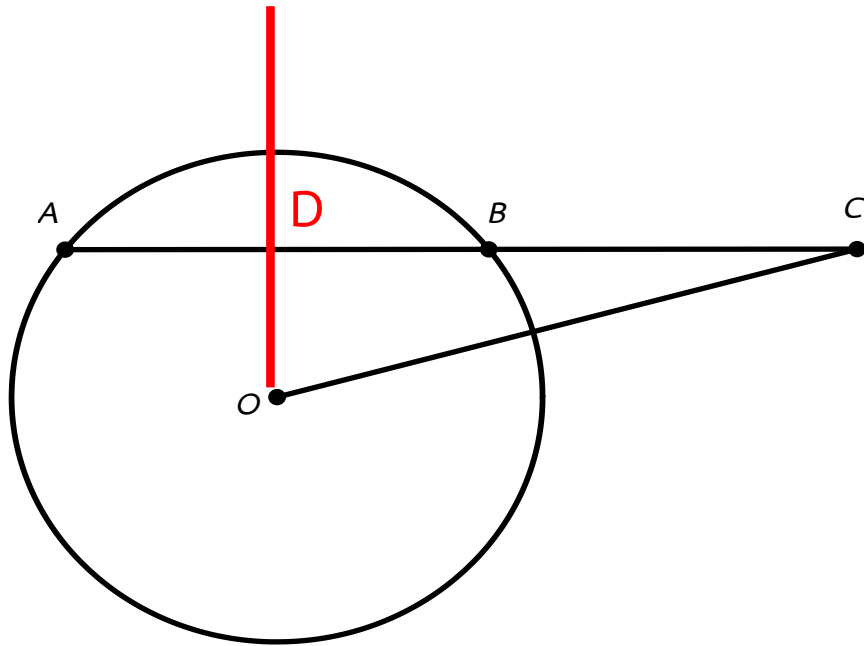
7 , 24 , 25 8 , 15 , 17

9 , 40 , 41 10 , 60 , 61

12 , 35 , 37



ตัวอย่างที่ 12 (ต่อ)



เนื่องจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ } OD^2 = OC^2 - DC^2$$

$$\text{ดังนั้น } OD^2 = (13)^2 - (12)^2$$

$$= 169 - 144$$

$$OD^2 = 25$$

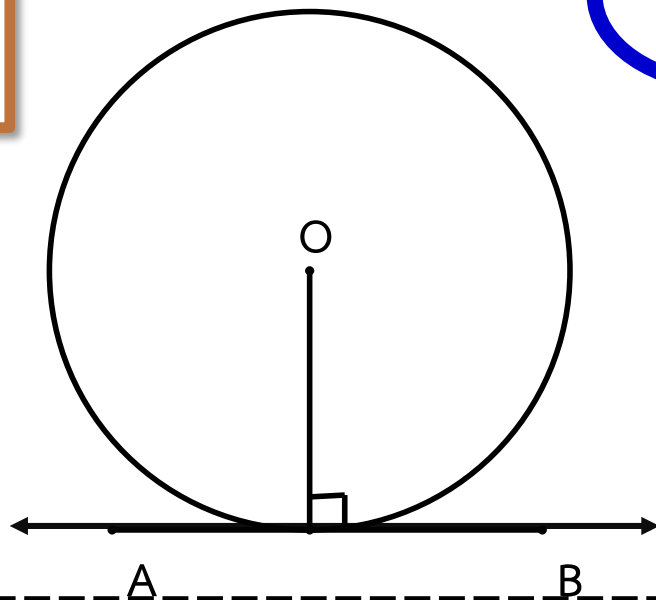
จะได้ $OD = 5$ เซนติเมตร

นั่นคือ \overline{AB} อยู่ห่างจากจุด O 5 เซนติเมตร

04

เส้นสัมผัสวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี



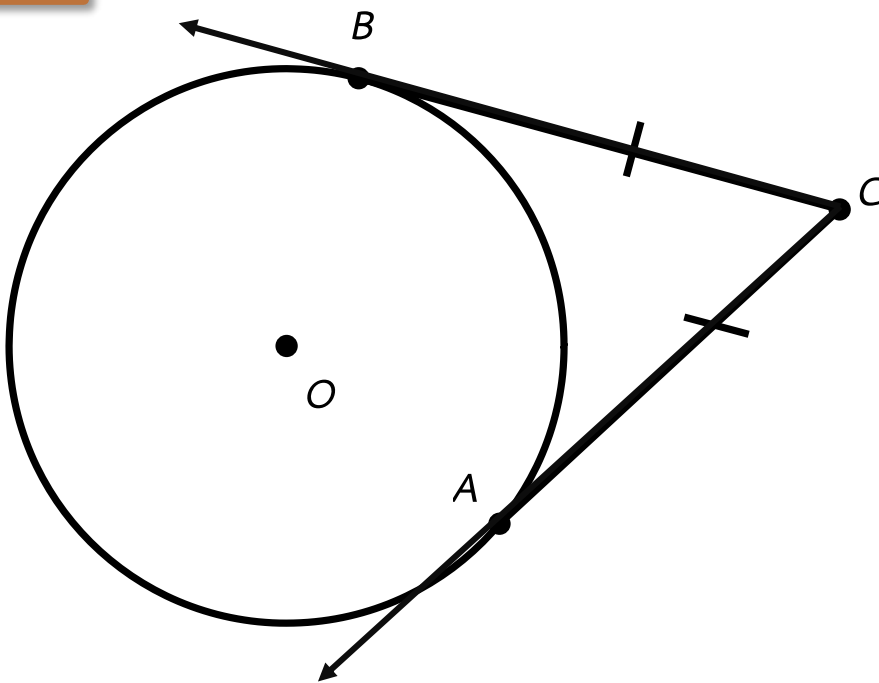
ทฤษฎีบท เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

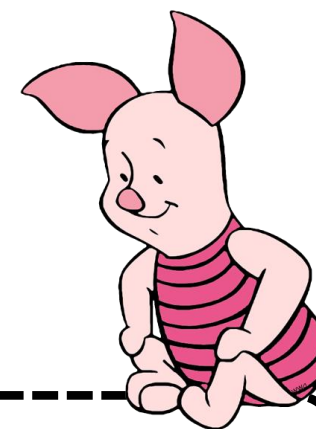
04

เส้นสัมผัสวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี



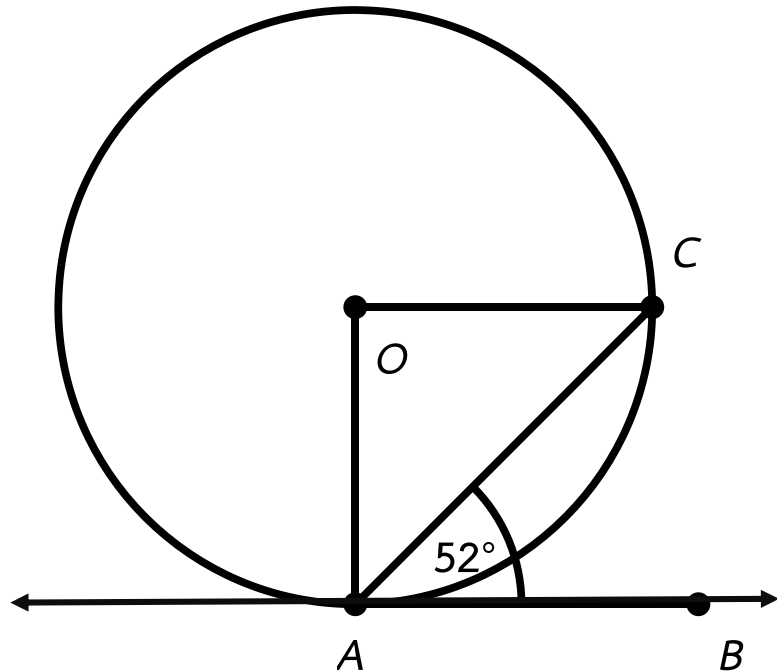
ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น



ตัวอย่างที่ 13

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

จากรูป \overleftrightarrow{AB} สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ $\widehat{BAC} = 52^\circ$ จงหาขนาด \widehat{AOC}



เนื่องจาก $\widehat{OAB} = 90^\circ$

และ $\widehat{OAC} + \widehat{CAB} = \widehat{OAB}$

จะได้ $\widehat{OAC} + 52^\circ = 90^\circ$

$$\widehat{OAC} = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$$

เนื่องจาก $OA = OC$

และ $\triangle OAC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ $\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = 38^\circ$

ตัวอย่างที่ 13 (ต่อ)

จากรูป \overleftrightarrow{AB} สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และ $\widehat{BAC} = 52^\circ$ จงหาขนาด \widehat{AOC}

และ $\triangle OAC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

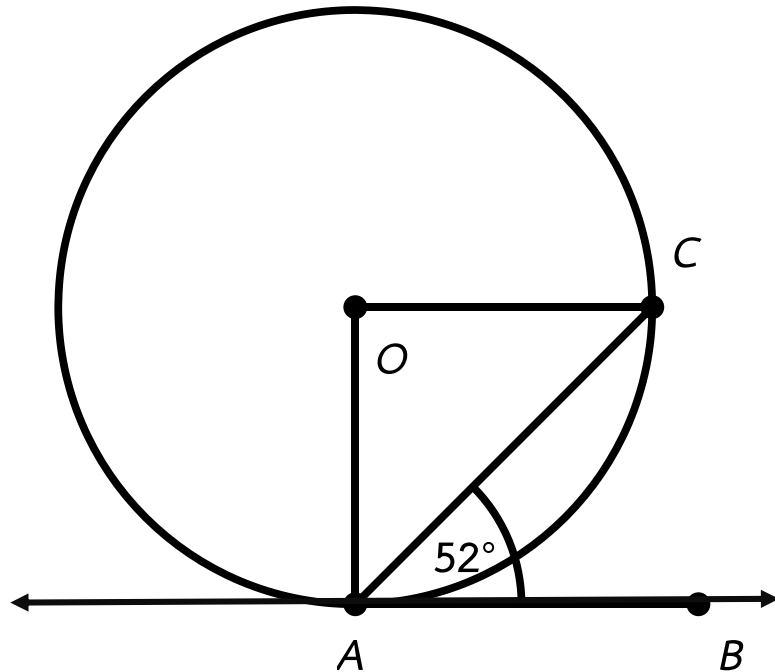
จะได้ $\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = 38^\circ$

และ $\widehat{AOC} + \widehat{OCA} + \widehat{OAC} = 180^\circ$

จะได้ $\widehat{AOC} + 38^\circ + 38^\circ = 180^\circ$

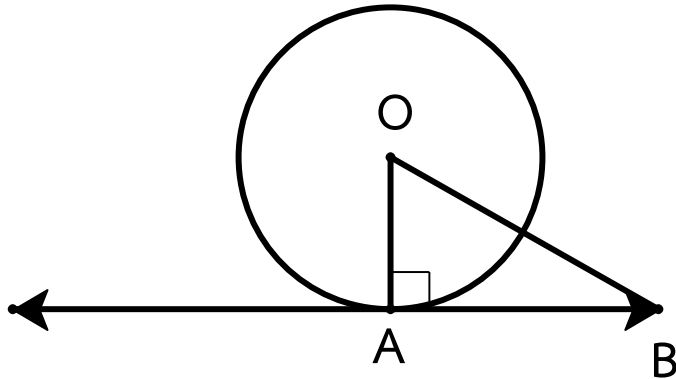
ดังนั้น $\widehat{AOC} = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$

นั่นคือ \widehat{AOC} มีขนาด 104°



ตัวอย่างที่ 14

กำหนดให้ จุด O จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี 8 เซนติเมตร \overline{AB} สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และยาว 15 เซนติเมตร จุด B อยู่ห่างจากจุด O ที่เซนติเมตร



จากรูป OAB เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\widehat{OAB} = 90^\circ$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ } OB^2 = AO^2 + AB^2$$

$$\text{ดังนั้น } OB^2 = 8^2 + 15^2$$

$$OB^2 = 64 + 225 = 289$$

$$\text{จะได้ } OB = 17$$

นั่นคือ จุด B อยู่ห่างจากจุด O 17 เซนติเมตร

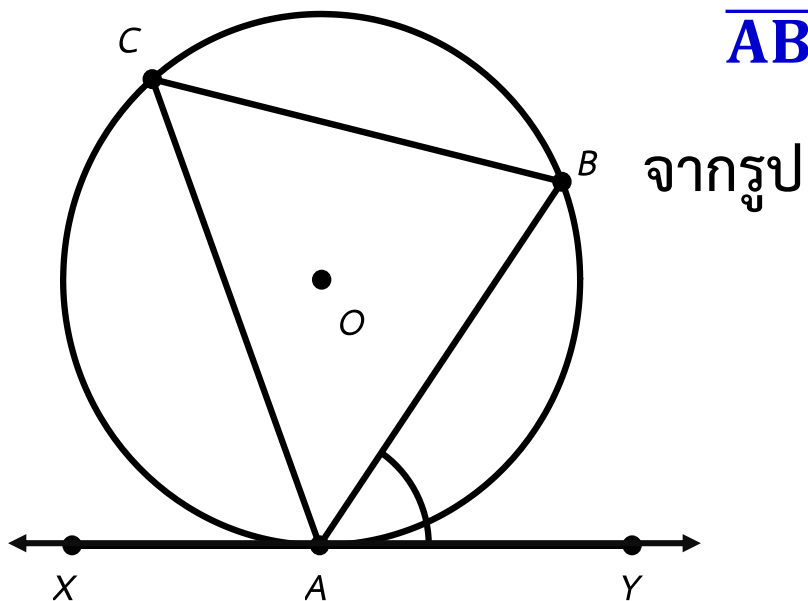
04

เส้นสัมผัสวงกลม

เส้นสัมผัสและคอร์ด

กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overleftrightarrow{XY} สัมผัสวงกลม O ที่จุด A

\overline{AB} เป็นคอร์ด และ \widehat{ACB} เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม



จากรูป

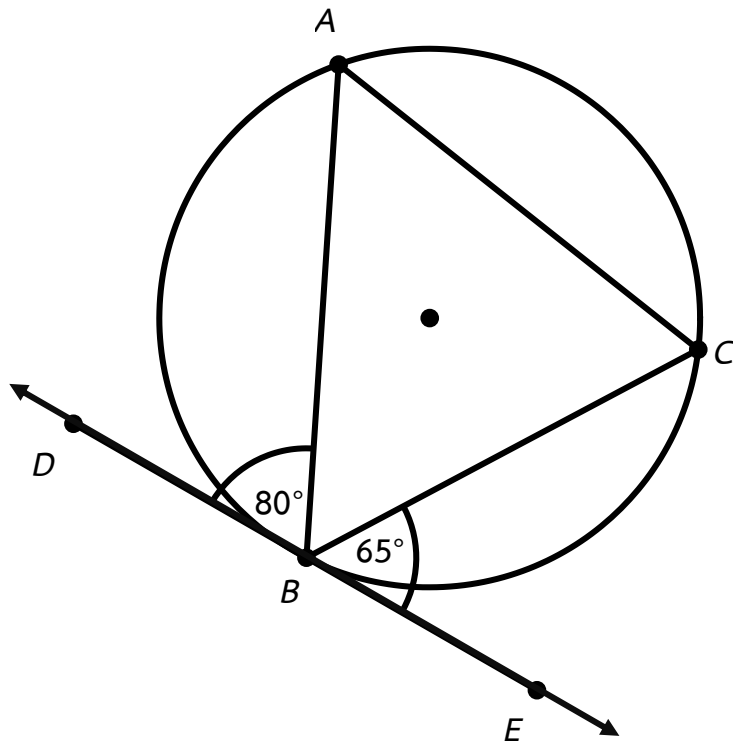
เรียก \widehat{BAY} ว่า ...มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A

เรียก \widehat{ACB} ว่า ...มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

ทฤษฎีบท มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมี
ขนาดเท่ากับขนาดมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ตัวอย่างที่ 15

จากรูป \overleftrightarrow{DE} เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B $\widehat{CBE} = 65^\circ$ และ $\widehat{ABD} = 80^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{BAC} และ \widehat{ACB}



เนื่องจาก $\widehat{CBE} = 65^\circ$ จะได้ $\widehat{CBE} = 65^\circ$

เนื่องจาก $\widehat{ABD} = 80^\circ$ จะได้ $\widehat{ACB} = 80^\circ$